

Prof. Dr. Alfred Toth

P-Zahlen als Ordinalzahlen

1. Objekte werden präsentiert, Zeichen werden repräsentiert. Bense hatte indessen eine nicht-triviale Anwendung der beiden entsprechenden Operatoren gefunden: „Der allgemeine Ausdruck der triadischen Relation als Repräsentationsschema hat (nach Bense) die Form

P, RP, RRP

(Präsentant, Repräsentant des Präsentanten, Repräsentant des Repräsentanten des Präsentanten)“ (Bense 1976, S. 128)

Anschließend wird ein Zusammenhang zwischen P, R und den Ordinalzahlen hergestellt:

„Um den ordnungstheoretischen und damit den graduierenden Charakter des Repräsentationsschemas noch deutlicher zu machen, kann man die Folge der Ordnungszahlen auch in der v. Neumannschen Ordinalzahldarstellung (1923) ausdrücken:

$(\emptyset, (\emptyset), (\emptyset, (\emptyset)))$.

Darin fungiert, wie man leicht erkennt, $(\emptyset)$ als Erstheit (bzw. als P), $(\emptyset, (\emptyset))$ als Zweitheit (bzw. als RP) und $(\emptyset, (\emptyset), (\emptyset, (\emptyset)))$ als Drittheit (bzw. als RRP). Der semiotische Gewinn dieser fundamentalkategorialen und fundamentalordinalen Darstellung der triadischen Zeichenrelation liegt darin, daß sie deutlich den generierenden Prozeß innerhalb des Repräsentationsschemas zur Geltung bringen und sichtbarlich die Tatsache demonstrieren, daß die höheren Zustände der Repräsentation stets die niederen enthalten (was bekanntlich der v. Neumannschen Ordinalzahldefinition entspricht)“ (Bense 1976, S. 128 f.)

2. Allerdings ist Benses Zurodnung der Ordinalzahlen zu den Fundamentalkategorien bzw. Peirce-Zahlen nicht ganz korrekt, denn bei von Neumann (1923) dient 0 und nicht 1 ein als Basis der transfiniten Induktion¹:

$$0 = \emptyset,$$

$$1 = 0 \cup \{0\} = \{\emptyset\} = \{0\},$$

$$2 = 1 \cup \{1\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \{0, 1\},$$

¹ Dabei hatte Bense selbst die Nullheit in die Semiotik eingeführt; vgl. Bense (1975, S. 44, 65).

$$3 = 2 \cup \{ 2 \} = \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \} \} = \{ 0, 1, 2 \}$$

Die leere Menge ist also die Null der Folge der natürlichen Zahlen. Damit ist sie es aber auch für die in Toth (2022) eingeführten P-Zahlen. Für die Zuordnung der P-Zahlen zu den systemischen Relationen vgl. Toth (2012a, b):

$$P(1) = \{ 0 \} = (A \rightarrow I)$$

$$P(2) = \{ 0, 1 \} = ((A \rightarrow I) \rightarrow A)$$

$$P(3) = \{ 0, 1, 2 \} = (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)$$

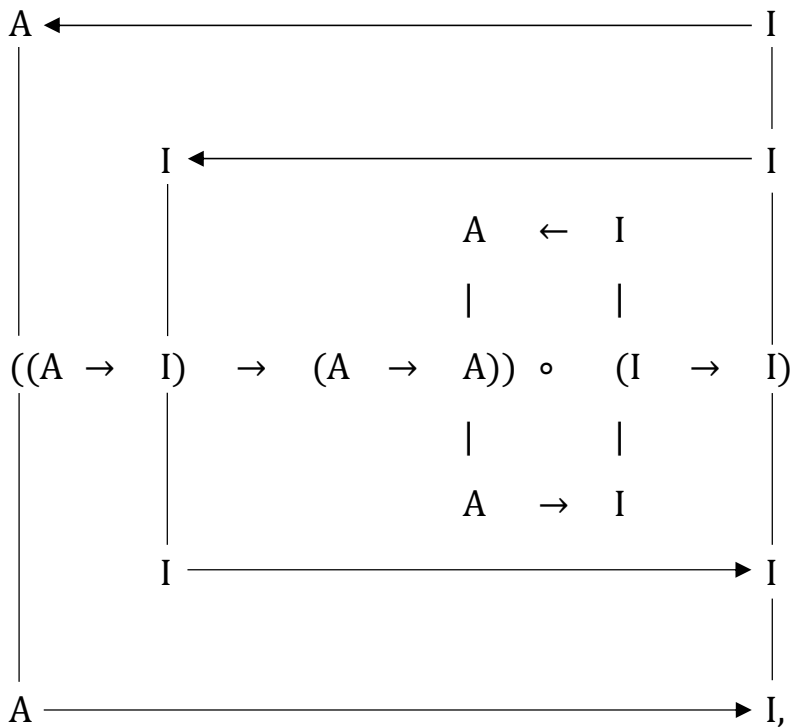
Da es drei possessiv-copossessive Relationen² gibt – PP, PC und CP – (vgl. Toth 2025a), haben wir also

$$P(1) = (A | I), (I | A)$$

$$P(2) = (A / I), (A \setminus I), (I / A), (I \setminus A)$$

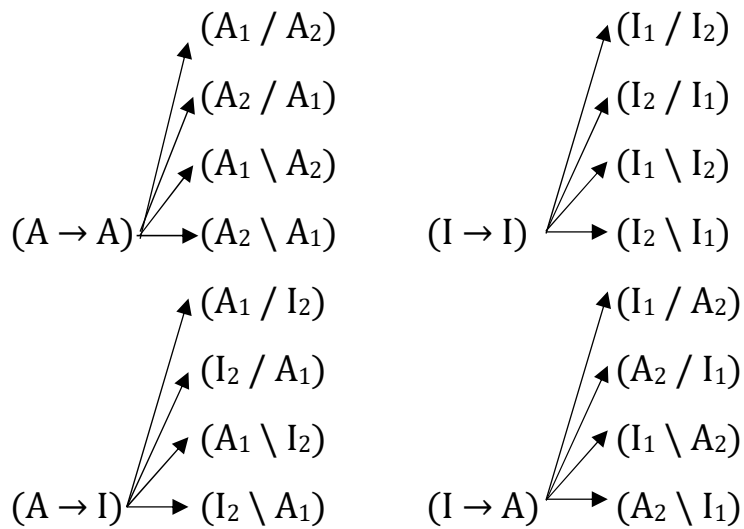
$$\begin{aligned} P(3) = & (A | I) \rightarrow ((A / I) \rightarrow I) (I | A) \rightarrow ((A / I) \rightarrow I) \\ & (A | I) \rightarrow ((A \setminus I) \rightarrow I) (I | A) \rightarrow ((A \setminus I) \rightarrow I) \\ & (A | I) \rightarrow ((I / A) \rightarrow I) (I | A) \rightarrow ((I / A) \rightarrow I) \\ & (A | I) \rightarrow ((I \setminus A) \rightarrow I) (I | A) \rightarrow ((I \setminus A) \rightarrow I) \end{aligned}$$

Diese Relationen können wir an die Stelle der Abbildungen in das folgende Diamond-Modell eintragen:

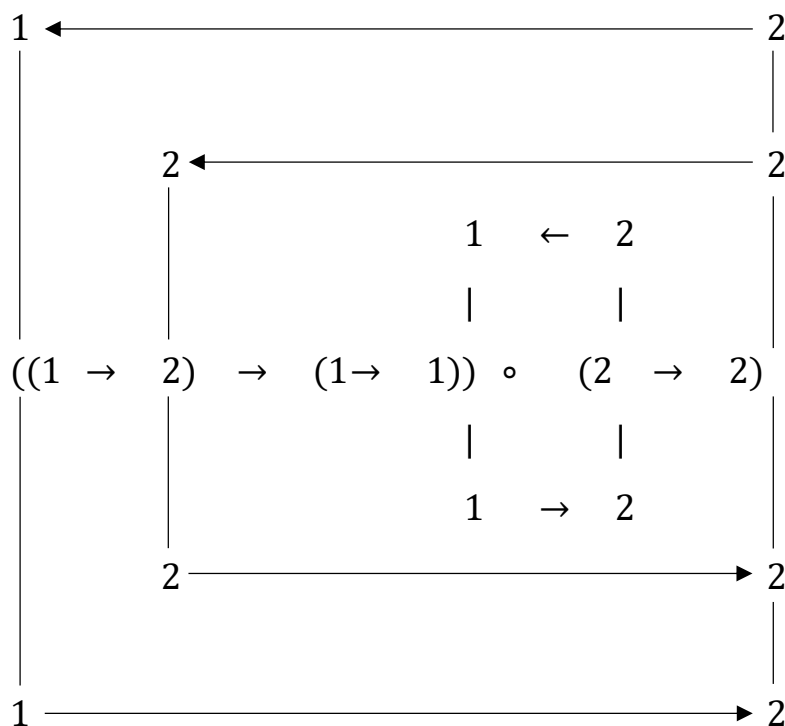


² Für die P-Zahlen gilt damit: Repräsentation = Einbettung. Man beweise das unter Zuhilfenahme von Toth (2014).

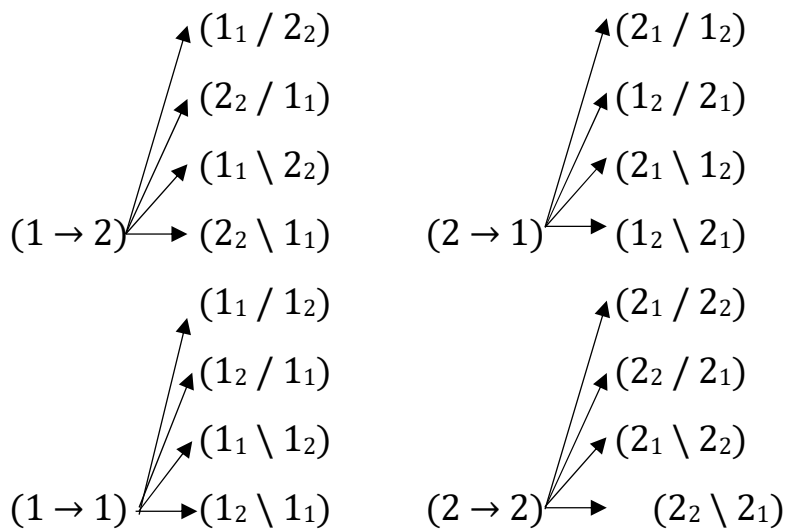
Die möglichen Abbildungen sind:



Man beachte, daß unser Diamond zwei Selbstabbildungen – $(A \rightarrow A)$ und $(I \rightarrow I)$ – enthält, und wir können natürlich für A und I P-Zahlen einsetzen:



Vermöge Toth (2025b) können dyadische Relationen wie z.B. Subzeichen in doppelter Gestalt auftreten, d.h. es gibt nur Außen von Außen und Innen von Innen, sondern auch die vermittelten Relationen Außen von Innen und Innen von Außen:



Da eine P-Zahl eine Zahl der Form $P_i(\omega_j)$ ist, wobei P eine Peanozahl und ω einen ontischen Ort bezeichnet, sind P-Zahlen also Ordinalzahlen und gehören zu den von Neumannschen transfiniten Zahlen.

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Zur Selbstähnlichkeit extrinsischer und intrinsischer Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Die Quadrupelrelation von Außen und Innen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2022

Toth, Alfred, Strukturtheorie possessiv-copossessiver Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025a

Toth, Alfred, Dualisierung ist transpositionelle Reflexion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025b

von Neumann, John, Zur Einführung der transfiniten Zahlen. In: Acta Szeged 1/4, 1923, S. 199-208

26.4.2025